

## Аннотация дисциплины Б.1.1.9 Дисциплина. Математика

Дисциплина "Математика" изучается обучающимися по основной профессиональной образовательной программе "Управление качеством в производственно-технологических системах" направления подготовки "27.03.02 Управление качеством".

Дисциплина изучается в 1, 2, 3 семестре. Общая трудоемкость дисциплины составляет 540/15 часов/з.ед. Самостоятельная работа заключается в выполнении работ, указанных в разделе 4.

В ходе изучения дисциплины осуществляется текущий контроль в форме технологии рейтингового контроля в соответствии с технологической карты дисциплины, размещенной на электронном курсе, а также промежуточный контроль в форме экзамен.

Целью изучения дисциплины является формирование следующих компетенций:

1. ОПК-1 Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов естественных наук и математики
2. ОПК-2 Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических и естественно-научных дисциплин (модулей)
3. УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

В ходе изучения дисциплины последовательно рассматриваются темы:

1. № 1. Введение в курс математики. Понятие матрицы. Квадратные матрицы. Определители 2-го и 3-го порядка. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам первой строки. Определители  $n$ -го порядка. Основные свойства определителей. Теорема о разложении определителя по элементам произвольного ряда. Теорема об аннулировании определителя.
2. № 2. Матрица, ее размер. Квадратная матрица, основные понятия (порядок, единичная матрица, невырожденная, треугольная). Матрицы, действия над ними. Равенство матриц, сложение матриц, свойства. Умножение матрицы на число, свойства. Произведение матриц, свойства. Обратная матрица, теорема существования, теорема единственности. Ранг матрицы.
3. № 3. Системы линейных уравнений, основные понятия (решение, совместные, несовместные, определенные, неопределенные, однородные, неоднородные). Правило Крамера, теорема Крамера. Матричная запись и решение в матричной форме систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Условие существования нетривиального решения однородной системы.
4. № 4. Скалярные и векторные физические величины (скорость, ускорение). Векторы, основные понятия. Равенство векторов. Линейные операции с векторами, свойства. Орт вектора. Теорема (признак коллинеарности векторов в геометрической форме). Проекция точки, вектора на ось. Составляющая вектора. Основные теоремы о проекциях.
5. № 5. Прямоугольная система координат. Координаты точки и вектора. Действия над векторами, заданными своими координатами: условие равенства, линейные операции, признак коллинеарности. Разложение вектора на составляющие по осям координат. Модуль вектора. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов, его свойства, запись в координатной форме, некоторые приложения скалярного произведения. Направляющие косинусы вектора.
6. № 6. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты. Некоторые приложения векторного произведения. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл. Свойства смешанного произведения векторов. Выражение смешанного произведения векторов через

- координаты, некоторые приложения смешанного произведения.
7. № 7. Предмет аналитической геометрии. Линии на плоскости и их уравнения. Две основные задачи аналитической геометрии. Полярные координаты на плоскости и их связь с декартовыми. Преобразование системы координат: параллельный перенос осей координат, поворот осей координат. Прямая на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой с нормальным вектором и точкой. Общее уравнение прямой на плоскости и его частные случаи. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и начальной ординатой. Геометрический смысл коэффициентов.
  8. № 8. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках. Полярное уравнение прямой. Нормальное уравнение прямой. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка на плоскости. Окружность, эллипс, гипербола и парабола как геометрические места точек на плоскости. Канонические уравнения. Симметрия. Исследование формы. Эксцентриситет. Общее уравнение линий второго порядка.
  9. № 9. Поверхность и ее уравнение. Уравнения плоскости в пространстве: уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору; общее уравнение плоскости; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках; нормальное уравнение плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
  10. № 10. Уравнения прямой в пространстве: векторное уравнение прямой; параметрические уравнения прямой; канонические уравнения прямой; уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки; общие уравнения прямой. Прямая линия в пространстве. Основные задачи: угол между двумя прямыми; условия параллельности и перпендикулярности прямых; условие, при котором две прямые лежат в одной плоскости. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи: угол между прямой и плоскостью; условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости; пересечение прямой с плоскостью; условие принадлежности прямой плоскости.
  11. № 11. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Конические поверхности. Канонические уравнения поверхностей второго порядка: эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, конус второго порядка.
  12. № 12. Действительные числа. Арифметические операции над вещественными числами и их упорядочение. Непрерывность множества вещественных чисел. Ограниченные числовые множества, максимумы, минимумы. Символы математической логики, их использование. Числовая последовательность. Определение, способы задания, арифметические действия, ограниченные и неограниченные числовые последовательности. Абсолютная величина действительного числа. Постоянные и переменные величины. Числовые промежутки (конечные и бесконечные). Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности: определения и их основные свойства. Сходящиеся последовательности. Предел числовой последовательности. Монотонные последовательности.
  13. № 13. Функции, способы их задания. Классификация функций. Основные элементарные функции. Простейшие функциональные зависимости (прямая пропорциональная, линейная, обратная пропорциональная, квадратичная). Бесконечно малые функции и их свойства. Предел функции в точке (через асимптотическое выражение). Основные теоремы о пределах. Сложная функция и ее предел. Первый и второй замечательные пределы. Предел функции. Односторонние

- пределы.
14. № 14. Непрерывность функции в точке. Асимптотическое выражение для непрерывной функции в малой окрестности точки. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва функции, их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Обратная функция. Непрерывность обратной функции. Бесконечно большая функция. Теоремы о связи бесконечно большой и бесконечно малой функций. Сравнение бесконечно малых функций. Свойства эквивалентных бесконечно малых. Таблица эквивалентных бесконечно малых. Теорема о единственности главной части степенного вида. Порядок бесконечно малой. Аппроксимация бесконечно малой степенной функцией.
  15. № 15. Линейная аппроксимация (линеаризация) функции в окрестности точки. Определение дифференцируемой функции. Приращение функции и дифференциал. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Производная функции, ее прикладной смысл в различных задачах. Алгоритм нахождения дифференциала и производной. Связь между дифференцируемостью функции и существованием у нее производной. Дифференциал независимой переменной. Производная как отношение дифференциалов. Понятие касательной к кривой. Геометрический смысл производной и дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Таблица производных.
  16. № 16. Производная и дифференциал суммы, произведения, частного функций. Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная обратной функции. Логарифмическая производная. Метод логарифмического дифференцирования. Дифференцирование неявной функции. Применение линейной аппроксимации функции к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков. Физический смысл производной второго порядка. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
  17. № 17. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши, их геометрический смысл. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей. Возрастающая и убывающая функции. Достаточный признак возрастания, убывания, постоянства функции. Точки экстремума функции. Необходимый признак экстремума. Первый и второй достаточные признаки экстремума функции.
  18. № 18. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке, алгоритм нахождения. Выпуклость, вогнутость графика функции. Достаточное условие выпуклости, вогнутости графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба. Общая схема исследования функции.
  19. № 1. Комплексные числа, арифметические действия над комплексными числами в алгебраической форме. Изображение комплексных чисел на плоскости (точечная и векторная интерпретация). Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме и их геометрическая интерпретация. Возведение в степень. Извлечение корня из комплексного числа в тригонометрической форме. Геометрический смысл операции извлечения корня.
  20. № 2. Первообразная функция. Теорема о разности двух первообразных. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица простейших интегралов. Инвариантность вида интеграла от выбора аргумента (принцип подведения под знак дифференциала). Основные методы интегрирования: разложения, интегрирование подстановкой, интегрирование по частям. Возвратное интегрирование.
  21. № 3. Конечные уравнения (основные понятия). Формулировка теоремы Гаусса. Алгоритм деления многочлена с остатком. Теорема Безу. Разложение многочлена с

- действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Интегрирование рациональных дробей.
22. № 4. Интегралы, содержащие иррациональность. Интегрирование иррациональных функций, содержащих квадратный трехчлен.
23. № 5. Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций с помощью тригонометрических подстановок. Нахождение неопределенных интегралов с помощью справочника. Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.
24. № 6. Общая схема построения определенных интегралов по фигуре. Плотность распределения массы по фигуре. Задача о массе фигуры. Определение определенного интеграла по фигуре. Виды интегралов. Достаточное условие существования определенных интегралов. Свойства определенных интегралов по фигуре.
25. № 7. Определенный интеграл по отрезку, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла, теорема об оценке интеграла, о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной.
26. № 8. Геометрические приложения определенного интеграла, вычисление площадей, длины дуги, объема тела по площадям поперечных сечений, объема тела вращения. Вычисление массы прямого стержня. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.
27. № 9. Некоторые понятия топологии (окрестность точки, внутренняя точка множества, открытое множество, замкнутое множество, связность). Функция двух и нескольких переменных как функция точки. Естественная область определения. Геометрическое изображение функции двух переменных. Построение областей, получаемых пересечением поверхностей. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных в ограниченной замкнутой области. Частные производные и дифференциалы. Их геометрический смысл. Полное приращение функции нескольких переменных. Приращение линейной функции, линейная аппроксимация функции в окрестности точки.
28. № 10. Дифференцируемость. Полный дифференциал. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Применение полного дифференциала к оценке погрешности. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Производная функции, заданной неявно. Производная сложной функции. Полная производная.
29. № 11. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума и его геометрический смысл. Достаточное условие экстремума. Абсолютный экстремум и алгоритм нахождения. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
30. № 12. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные определения: дифференциальное уравнение, порядок дифференциального уравнения, решение дифференциального уравнения, интегральная кривая. Дифференциальные уравнения первого порядка. Начальные условия. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Семейство интегральных кривых. Методы интегрирования дифференциальных уравнений: с разделенными и разделяющимися переменными, однородных. Методы интегрирования линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка.
31. № 13. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Начальное условие. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решение дифференциальных уравнений 2-го порядка. Понятие о краевых задачах для

дифференциальных уравнений. Геометрический смысл краевых условий, их отличие от начальных условий. Простейшие дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Определения: однородные и неоднородные дифференциальные уравнения, линейно зависимые и независимые решения (функции). Определитель Вронского и его свойства.

32. № 14. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, три случая корней характеристического уравнения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью. Метод неопределенных коэффициентов. Понятие о системах дифференциальных уравнений. Метод исключения для решения нормальных систем дифференциальных уравнений.
33. № 15. Числовая последовательность и ее предел. Признак Вейерштрасса. Понятие числового ряда. Частичная сумма ряда. Сходимость и сумма ряда. Ряд геометрической прогрессии. Гармонический ряд. Обобщенно гармонический ряд. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, интегральный и радикальный признаки Коши.
34. № 16. Знакопеременные ряды. Достаточное условие сходимости знакопеременного ряда. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакопеременяющегося ряда. Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля. Конструкция области сходимости. Радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора и Маклорена. Остаточный член формулы Тейлора и Маклорена. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда Тейлора к порождающей его функции. Разложение функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$  в ряд Маклорена.
35. № 17. Двойной интеграл. Основные понятия и определения. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах. Приложения двойного интеграла.
36. № 18. Тройной интеграл. Основные понятия. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах. Некоторые приложения тройного интеграла.
37. № 1. Элементы комбинаторики (перестановки, размещения, сочетания). Пространство элементарных событий. Случайные события. Алгебра событий. Частота. Вероятность.
38. № 2. Аксиоматика А.Н. Колмогорова. Вероятностное пространство. Классическое и геометрическое определение вероятности. Произведение событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
39. № 3. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез. Формула Байеса. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
40. № 4. Предельные теоремы в схеме Бернулли: локальная и интегральная предельная теоремы Муавра-Лапласа, теорема Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях. Наивероятнейшее

- число появлений события в независимых испытаниях.
41. № 5. Дискретные случайные величины. Закон и ряд распределения вероятностей дискретной случайной величины. Математические операции над случайными величинами. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Вероятностный смысл математического ожидания. Свойства математического ожидания.
  42. № 6. Дисперсия дискретной случайной величины. Свойства дисперсии. Среднее квадратическое отклонение. Функция распределения вероятностей случайной величины. Свойства функции распределения.
  43. № 7. Основные законы распределения дискретных случайных величин: биномиальный, распределение Пуассона, геометрическое распределение, гипергеометрическое распределение и их числовые характеристики.
  44. № 8. Непрерывные случайные величины. Функция распределения вероятностей случайной величины, плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Мода и медиана.
  45. № 9. Основные законы распределения непрерывных случайных величин: нормальный закон распределения. Нормальная кривая. Влияние параметров нормального распределения на форму нормальной кривой. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Вычисление вероятности заданного отклонения. Правило 3-х сигм. Равномерный закон распределения. Показательный закон распределения. Логарифмически-нормальное распределение. Распределение некоторых случайных величин, представляющих функции нормальных величин:  $\chi^2$ – распределение, распределение Стьюдента, распределение Фишера-Снедекора. Основные числовые характеристики.
  46. № 10. Функция одного случайного аргумента и ее распределение. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента. Функция двух случайных аргументов. Система двух случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Вероятность попадания случайной величины в полуполосу и в прямоугольник. Плотность совместного распределения вероятностей непрерывной двумерной случайной величины. Вероятность попадания случайной точки в произвольную область. Свойства двумерной плотности вероятности. Нахождение плотностей вероятности составляющих двумерной случайной величины.
  47. № 11. Условные законы распределения составляющих системы дискретных случайных величин. Условные законы распределения составляющих системы непрерывных случайных величин. Условное математическое ожидание. Зависимые и независимые случайные величины. Числовые характеристики системы двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Коррелированность и зависимость случайных величин. Линейная регрессия. Прямые линии среднеквадратической регрессии.
  48. № 12. Предмет и задачи математической статистики. Из истории возникновения и развития математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка. Способы отбора. Вариационный и статистический ряды. Эмпирическая функция распределения, свойства. Полигон и гистограмма, кумюлята. Основные выборочные характеристики и их свойства. Средние величины, основные свойства средней арифметической, медиана, мода вариационного ряда. Показатели вариации, дисперсия вариационного ряда и свойства. Статистическое оценивание параметров. Точечные оценки и их свойства (несмещенность, состоятельность и эффективность). Оценка параметров генеральной совокупности по собственнo-случайной выборке, оценка генеральной доли, оценка генеральной средней, оценка генеральной дисперсии. Определение

- эффективных оценок с помощью неравенства Рао-Крамера-Фреше.
49. № 13. Начальные и центральные теоретические моменты. Обычные, начальные и центральные эмпирические моменты. Условные эмпирические моменты. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения. Метод наибольшего правдоподобия. Эмпирические и выравнивающие теоретические частоты. Построение нормальной кривой по опытным данным. Оценка отклонения эмпирического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс.
50. № 14. Интервальные оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном  $\sigma$ . Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном  $\sigma$ . Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения  $\sigma$  нормального распределения. Оценка вероятности (биномиального распределения) по относительной частоте.
51. № 15. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Выборочные уравнения регрессии. Нахождение параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратической регрессии по несгруппированным данным методом наименьших квадратов.
52. № 16. Корреляционная таблица. Нахождение параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным. Выборочный коэффициент корреляции, свойства. Понятие о многомерном корреляционном анализе. Корреляционное отношение. Свойства выборочного корреляционного отношения. Простейшие случаи криволинейной корреляции. Понятие о множественной корреляции.
53. № 17. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки. Нахождение правосторонней, левосторонней и двусторонней критических областей. Мощность критерия. Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности.
54. № 18. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о показательном распределении генеральной совокупности. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности по биномиальному закону. Проверка гипотезы о равномерном распределении генеральной совокупности. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона.

Основными стратегическими образовательными технологиями являются: исследовательские, лекционные занятия, практические занятия.

В рамках указанных технологий применяются тактические образовательные технологии: классическая лекция, задания.